ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ВЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

Г.Г. Гаврилов
И.Л. Кривошеин

ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Методические указания к выполнению
расчетно-графической работы для студентов
дневного и заочного отделений

Специальности 100100,
100200, 180100, 181300

Киров 2005

Печатается по решению редакционно-издательского совета Вятского государственного университета
УДК 621.3 (075.8)
Г 12

Рецензент: кандидат технических наук, доцент кафедры ЭМА В.А. Головёнкин

Гаврилов,Г.Г. Линейные цепи постоянного тока: методические указания к выполнению расчетно-графической работы для студентов дневного и заочного отделений [Текст]/Г.Г. Гаврилов, И.Л. Кривошеин: спец. 100100, 100200, 180100, 181300/ВятГУ, ЭТФ, каф. Э и Э. – Киров, 2005. – 32с.

Редактор Е.Г. Козвонина
Компьютерная верстка Л.В. Юферевой

Подписано в печать Усл. печ. л. 2,1
Бумага офсетная Печать копир Aficio 1022
Заказ N Тираж 53
Текст напечатан с оригинал-макета, предоставленного авторами

610000, г. Киров, Московская ул., 36
Оформление обложки, изготовление – ПРИП ВятГУ

ВВЕДЕНИЕ

Широкое применение вычислительной техники в инженерных расчетах требует соответствующей подготовки специалистов.

Данное методическое пособие рассчитано на решение электротехнических задач с помощью персонального компьютера (ПК). Использование ПК значительно сокращает время, затрачиваемое на выполнение расчетно-графической работы.

Использование ПК требует от студентов знания более современных методов расчета цепей с использованием направленных графов электрической цепи и матриц. Поэтому в методическом пособии рассматриваются наряду с обычными матричные формы записи уравнений электрической цепи.

В пособии подробно рассматриваются правила составления матрицы соединения, матрицы контуров, матрицы сечений.

В программе toe.ktup производится решение контурных и узловых уравнений в матричной форме. В результате расчета определяются контурные токи, потенциалы узлов и токи ветвей.

Оформлять работу следует на стандартной бумаге для пишущих машин размером 297x210 мм. Рукописный текст должен располагаться на странице таким образом, чтобы сверху, снизу и слева были поля по 25 мм, а справа – 10 мм. Текст наносится только на одну сторону листа.

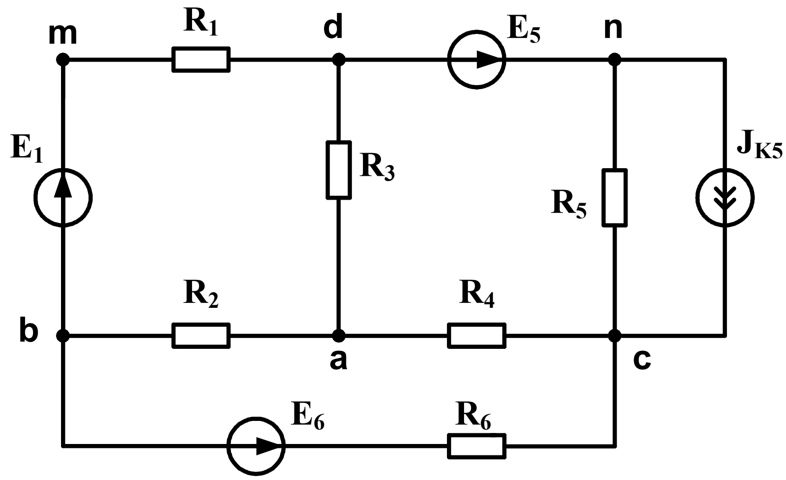
На титульном листе необходимо указывать фамилию и инициалы студента, курс, группу, отделение (дневное, вечернее или заочное) название расчетно-графической работы, кафедру, университет. В конце работы обязательно ставится подпись студента и дата выполнения.

Допускается также оформление расчетно-графической работы в обычной ученической тетради.

Все графики должны быть выполнены на миллиметровой бумаге в соответствии с требованиями ЕСКД. Распечатка исходных данных и результатов вклеивается в расчетно-графическую работу.

Задание на выполнение РГР № 1

На рис. 1 показан один из возможных вариантов схем, по которой выполняется первая расчетно-графическая работа.



R_1=40 Ом
R_2=15 Ом
R_3= 7 Ом
R_4=11 Ом
R_5=35 Ом
R_6=10 Ом
E_1=36 Ом
E_5= 9 Ом
E_6=14 Ом
J_{k5}=0,5 А

Рис. 1

Содержание задания

Для электрической схемы, изображенной на рис. 1, выполнить следующее:

1) составить на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы;

2) нарисовать граф данной электрической цепи, выделить дерево графа схемы;

3) составить матрицы соединений, контуров и сечений для выбранного дерева графа электрической цепи;

4) определить токи во всех ветвях схемы методом контурных токов;

5) определить токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов;

6) результаты расчета токов, проведенного двумя методами, свести в таблицу и сравнить между собой;

7) составить баланс мощностей в исходной схеме (схеме с источником тока), вычислив отдельно суммарную мощность источников и суммарную мощность нагрузок (сопротивлений);

8) определить ток в заданной по условию схеме с источником тока, используя теорему об активном двухполюснике и эквивалентном генераторе;

9) начертить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, включающего две ЭДС.

Методические указания по выполнению пункта 1

Прежде чем составлять систему уравнений на оснований законов Кирхгофа, необходимо для заданной схемы выполнить следующее:

1) подсчитать число ветвей (В) и число узлов (У) схемы;
2) выбрать произвольно направление токов в ветвях и обозначить токи на схеме;
3) выбрать на схеме независимые контуры и задаться произвольно направлением обхода в них.

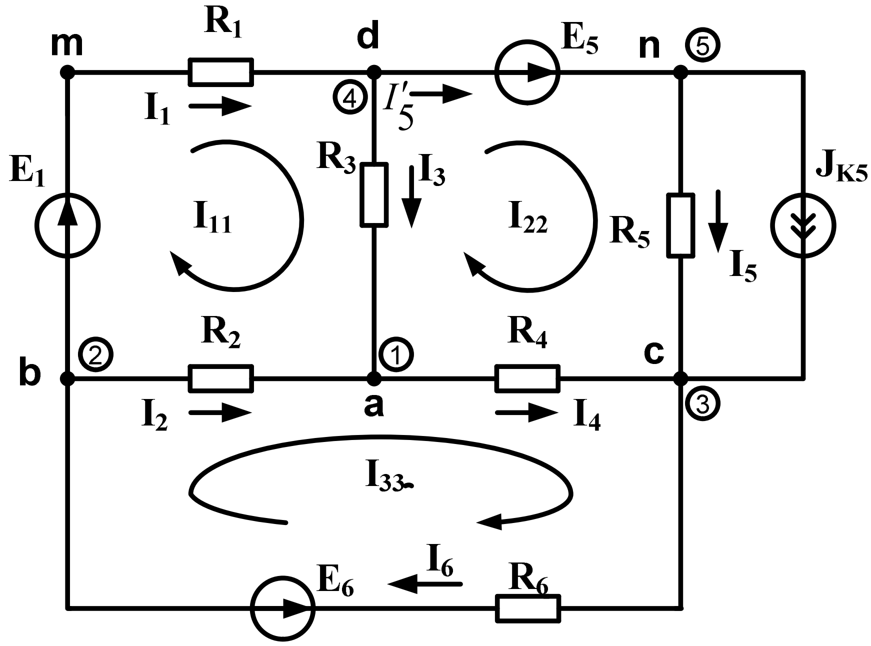


Рис. 2

В данной схеме число ветвей В = 7. Это ветви **ab**, **ad**, **ac**, **bd**, **bc**, **cn**, **nd**. В это число не входит ветвь с источником тока, так как по определению источник тока обладает бесконечно большим сопротивлением.

Число узлов в схеме У=5. Это узлы **a, b, c, d, n**.

Узел электрической схемы – это точка, где сходится более двух ветвей. Ветвь – это участок электрической схемы между двумя узлами.

Выберем направление токов в заданной схеме, например, так, как показано на рис. 2. На данном этапе следует также обговорить, по каким ветвям схемы проходит ток от источника тока. Принципиально нет никакой разницы, как задать направление тока **J_{k5}** от источника тока: или он пойдет по контуру **cadn,** т.е. войдет в узел **c**, далее - по ветвям **ca, ad, dn** и выйдет из узла **n**, или пойдет по контуру **cabmdn**, или же войдет в узел **c** и выйдет из узла **n**, пройдя только по резистору **R_5.** Всё это отразится лишь на уравнениях Кирхгофа. Токи в ветвях от этого не изменятся. С точки зрения удобства расчета и некоторой экономии времени выгоднее всего задать последний путь току **J_{k5}** от источника тока, т.е. ток входит в узел **c** , проходит по резистору **R_5** и выходит из узла **n** .

Число неизвестных в заданной схеме, т.е. токов ветвей, равно В.

Первый закон Кирхгофа формулируется следующим образом: алгебраическая сумма токов, сходящихся к любому узлу электрической цепи, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0. \tag{1}$$

Число независимых уравнений К1 , которое можно составить по первому закону Кирхгофа, равно числу узлов без единицы:

$$К_1=У - 1. \tag{2}$$

Эти уравнения называются узловыми.

Второй закон Кирхгофа гласит: для любого замкнутого контура электрической цепи алгебраическая сума всех ЭДС E_k равна алгебраической сумме всех падений напряжений I_kR_k:

$$\sum_{k=1}^{n} E_k = \sum_{k=1}^{n} I_k R_k. \tag{3}$$

По второму закону Кирхгофа можно составить ещё $К_2$ независимых уравнений:

$$К_2 = В – (У – 1) = В – У + 1. \tag{4}$$

Таким образом число уравнений $К_2$ равно числу независимых контуров.

Эти уравнения называются контурными.

Контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый следующий контур входила хотя бы одна новая ветвь. Тогда в $К_2$ независимых контуров будут входить все ветви заданной электрической схемы. Условимся считать положительными те точки, которые отходят от узла, а отрицательные – те точки, которые подходят к узлу.

В схеме рис. 2 число узлов У = 5, значит, $К_1$ = У – 1 = 4. Составим уравнения по первому закону Кирхгофа для любых четырёх узлов, например для **a, b, c, n:**

$$\left.\begin{array}{ll} (a) & I_4 - I_2 - I_3 = 0; \\ (b) & I_1 + I_2 - I_6 = 0; \\ (c) & I_6 - I_4 - I_5 - J_{K5} = 0; \\ (n) & I'_5 + I_3 - I_1 = 0; \end{array}\right\} \tag{5}$$

где $I'_5 = I_5 + J_{K5}$

На рис. 2 выберем независимые контуры **abmda, adnca**, **acba.** Ветвь с источником тока не принимается во внимание и не входит в выбранные независимые контуры.

Зададимся произвольно направлением обхода контуров, например по часовой стрелке, как показано на рис. 2.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа падение напряжения следует считать положительным, если направление тока в данной ветви совпадает с направлением обхода контура, и отрицательным – если ток не совпадает с направлением обхода. Положительными следует считать те ЭДС, направление действия которых совпадает с направлением обхода контура, а отрицательными – то ЭДС, направление действия которых не совпадает с направлением обхода.

Составим уравнения по второму закону Кирхгофа для выбранных независимых контуров:

$$\left.\begin{array}{ll} (abmda) & I_1R_1 + I_3R_3 - I_2R_2 = E_1; \\ (adnca) & I_5R_5 - I_4R_4 - I_3R_3 = E_5; \\ (acba) & I_4R_4 + I_6R_6 + I_2R_2 = -E_6. \end{array}\right\} \qquad (6)$$

Методические указания к выполнению пункта 2 задания

Графом электрической схемы называют такое изображение схемы цепи, в котором ветви схемы представлены отрезками – ветвями графа, а узлы – точками – узлами графа. На графе схемы ветви с источниками ЭДС сохраняются, так как внутреннее сопротивление источников ЭДС равно нулю, а ветви с источниками тока вообще не указываются (сопротивление ветви с источником тока равно бесконечности). Вообще, ветви с источниками тока принято заменять обобщённой ветвью. Обобщённая ветвь – это сложный участок цепи между двумя узлами, содержащий источник ЭДС и источник тока. Схема обобщённой ветви изображена на рис. 3.

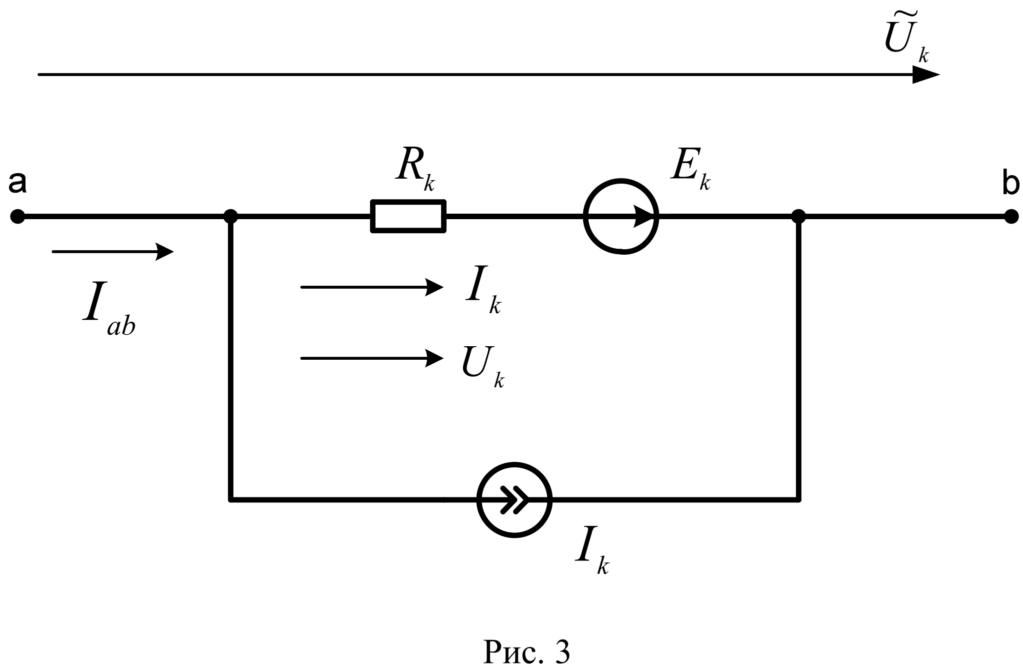


Рис. 3

На графе схемы эта ветвь может быть изображена одним отрезком, так как это показано на рис. 4.

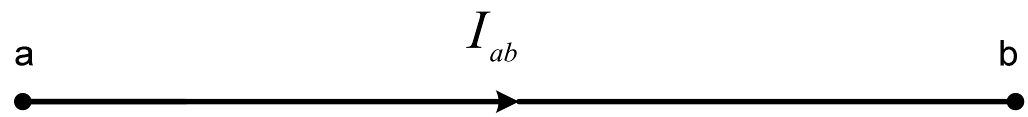


Рис. 4

С введением обобщённой ветви число узлов в графе схемы уменьшается.

Граф, между любой парой узлов которого имеется ветвь или совокупность ветвей, называют связным. Если ветви графа ориентированы в соответствии с положительными направлениями токов в ветвях схемы, то граф называется направленным графом схемы.

На графе схемы принято узлы нумеровать числами в кружках, а ветви – числами без кружков.

Для заданной схемы нумерация узлов показана на рис. 2, а направленный граф изображён на рис. 5.

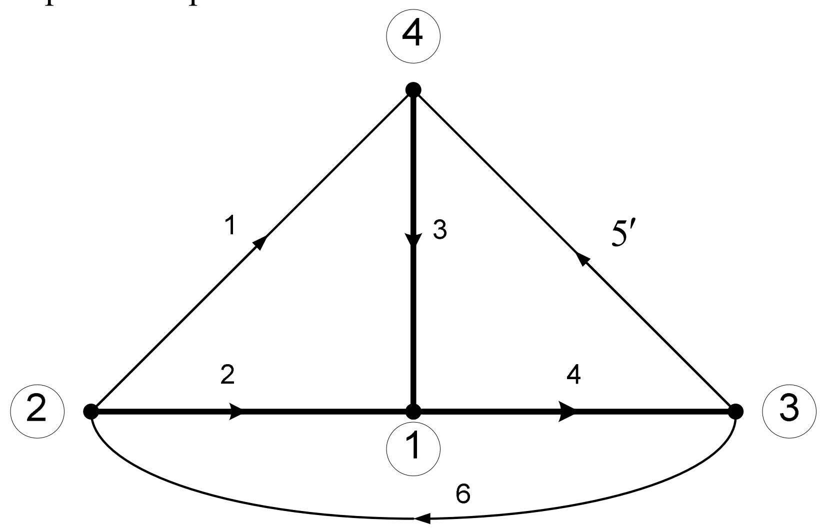


Рис. 5

Деревом графа называют совокупность ветвей графа, соединяющих все узлы графа без образования контуров. Один и тот же граф схемы может иметь различные деревья. Условимся ветви графа схемы, образующие дерево, изображать жирными линиями. На рис. 5 дерево графа содержит ветви 2 – 3 – 4.

Ветви, дополняющие дерево графа до полного графа, называют связями графа. На рис. 5 связи 1 – 5′ – 6 изображены тонкими линиями. Если связный граф имеет У – узлов и В – ветвей, то число ветвей дерева будет равно $К_1$ = У – 1, а число связей графа $К_2$ = В – (У – 1).

Методические указания к выполнению пункта 3 задания

Матрицей соединений называют прямоугольную матрицу, строки которой соответствуют узлам без одного, а столбцы – ветвям направленного графа электрической цепи. Элементы матрицы соединений представляют собой:

- нуль, если ветвь не соединена с данным узлом;
- единицу, если ветвь направлена от данного узла;
- минус единицу, если ветвь направлена к данному узлу.

Пользуясь этим определением, составим матрицу для направленного графа схемы на рис. 5.

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5' & 6 \end{array} \\
[A]= \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\
\quad 4 & \begin{array}{cccccc} -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}
\end{array}
\qquad (7)
$$

Полная матрица соединений (для всех узлов графа) обладает следующим свойством: сумма элементов матрицы по каждому столбцу должна быть равна нулю. Это свойство позволяет записать строку для У – го столбца. В данном случае для узла 4 недостающая строка записана ниже основной матрицы.

Если поменять местами столбцы и строки данной матрицы, то получится транспортированная матрица соединений:

$$
[A]^{\mathrm{t}} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5' \\ 6 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
\qquad (8)
$$

Матрица соединений может быть использована для записи уравнений по первому закону Кирхгофа. Представим точки в графе схемы в виде матрицы, состоящей из одного столбца и В – строк, где В – число ветвей схемы. Для графа схемы, изображённого на рис. 5, будем иметь

$$
[I]=\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I'_5 \\ I_6 \end{bmatrix} \qquad (9)
$$

Такая матрица порядка (В × 1) называется В–мерным вектором или столбцовой матрицей. Токи I_1, I_2, I_3, … , I_6, входящие в матрицу–вектор, могут представлять собой токи обобщённых ветвей. Каждая строка матрицы соединений представляет собой коэффициенты при токах в уравнении, записанном по первому закону Кирхгофа для узла, номером которого определяется номер строки матрицы соединений.

Тогда систему уравнений по первому закону Кирхгофа можно представить в виде произведения матрицы соединений на матрицу–вектор токов ветвей:

$$[A]\times[I]=0. \tag{10}$$

Для графа схемы рис. 5 с учётом обобщённой ветви получим

$$[A]\times[I]=\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5' & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}\times\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5' \\ I_6 \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} -I_2 & -I_3 & +I_4 \\ I_1 & +I_2 & -I_5 \\ -I_4 & -I_5' & +I_6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}=[0].$$

В обобщённой ветви $I_5' = I_5 + I_{K5}$, поэтому система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} -I_2 \quad -I_3 \quad +I_4 \quad = \quad 0; \\ I_1 \quad +I_2 \quad -I_6 \quad = \quad 0; \\ -I_4 \quad -I_5 \quad -J_{K5} \quad +I_6 \quad = \quad 0. \end{cases} \tag{11}$$

Сравните с системой уравнений (5), полученной ранее.

Матрицей контуров называют прямоугольную матрицу, строки которой соответствуют связям, а столбцы – ветвям направленного графа электрической схемы. Элементы такой матрицы равны:

- нулю, если ветвь не входит в контур, замыкаемый данной связью и ветвями дерева;
- единице, если ветвь входит в контур согласно обходу;
- минус единице, если ветвь входит в контур встречно обходу.

Число независимых контуров определяется числом связей в каждом связном графе схемы. Если к ветвям дерева добавить хотя бы одну связь, то мы получим замкнутый контур. Направление обхода контура выбирают таким образом, чтобы оно совпадало с направлением связи. Для рассматриваемой схемы цепи получится три контура, изображённые на рис. 6 .

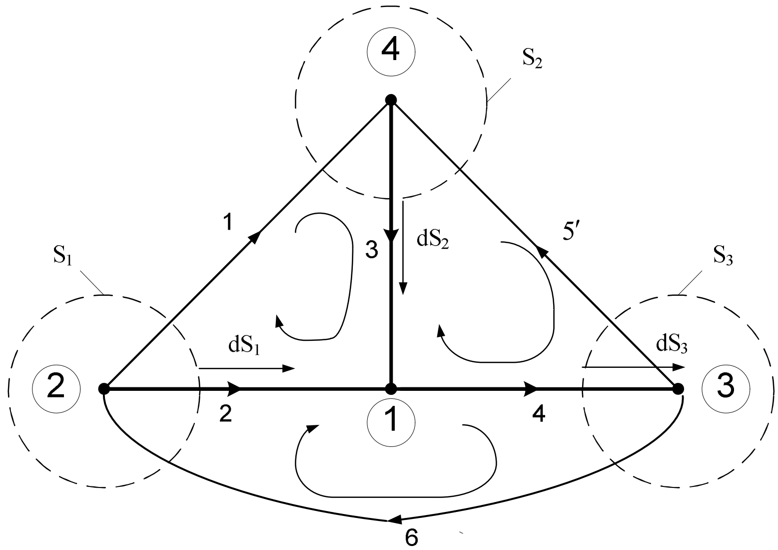


Рис. 6

Ветвь $5'$ представляет собой обобщенную ветвь. Матрица контуров для рис. 6 будет иметь вид

$$[B]= \begin{array}{c} \\ 1 \\ 5' \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5' & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \tag{12}$$

Матрица контуров позволяет записать в матричной форме второй закон Кирхгофа. Представим напряжения ветвей графа схемы в виде матрицы, состоящей из В–строк и одного столбца:

$$[\widetilde{U}]=\begin{bmatrix} \widetilde{U}_1 \\ \widetilde{U}_2 \\ \widetilde{U}_3 \\ \widetilde{U}_4 \\ \widetilde{U}_5 \\ \widetilde{U}_6 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Для к–й обобщённой ветви (рис.4) справедливо уравнение

$$\widetilde{\mathrm{U}}_{\mathrm{k}} = U_k - E_k, \tag{14}$$

где $\widetilde{U}_K = U_K - E_K$ - напряжения в пассивной части ветви k; $E_к$ – ЭДС ветви k, причём U_k и E_k совпадают с направлением ветви графа (рис. 5).

Второй закон Кирхгофа в матричной форме запишется так:

$$[B]\times[\widetilde{U}] = 0. \tag{15}$$

Для графа схемы, изображённого на рис. 6, получим

$$[B]\times[\widetilde{U}] = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 5' \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5' & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \times \begin{bmatrix} \widetilde{U}_1 \\ \widetilde{U}_2 \\ \widetilde{U}_3 \\ \widetilde{U}_4 \\ \widetilde{U}_5 \\ \widetilde{U}_6 \end{bmatrix} = \tag{16}$$

$$= \begin{array}{c} 1 \\ 5' \\ 6 \end{array} \begin{bmatrix} \widetilde{U}_1 & -\widetilde{U}_2 & +\widetilde{U}_3 \\ -\widetilde{U}_3 & -\widetilde{U}_4 & +\widetilde{U}_5 \\ \widetilde{U}_2 & +\widetilde{U}_4 & +\widetilde{U}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0.$$

Учитывая, что

$$\left.\begin{aligned} \widetilde{U}_1 &= U_1 - E_1 = I_1R_1 - E_1; \\ \widetilde{U}_5 &= U_5 - E_5 = I_5R_5 - E_5; \\ \widetilde{U}_6 &= U_6 + E_6 = I_6R_6 + E_6, \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

получим систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} I_1R_1 - E_1 - I_2R_2 + I_3R_3 &= 0; \\ -I_3R_3 - I_4R_4 + I_5R_5 - E_5 &= 0; \\ I_2R_2 + I_4R_4 + I_6R_6 + E_6 &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Перенеся величины E_1, E_5, E_6 в правую часть уравнений, получим:

$$\left.\begin{aligned} I_1R_1 - I_2R_2 + I_3R_3 &= E_1; \\ -I_3R_3 - I_4R_4 + I_5R_5 &= E_5; \\ I_2R_2 + I_4R_4 + I_6R_6 &= -E_6. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Сравните системы уравнений (19) и (6).

Первый закон Кирхгофа справедлив не только для узлов, но и для их совокупности. Совокупность узлов образует сечение. Выберем сечение так, чтобы каждое из них рассекало только одну ветвь дерева. На рис. 6 пунктиром показано три сечения. Направление положительной нормали к каждому сечению выбирается в соответствии с направлением ветви дерева, которую это сечение пересекает.

Прямоугольная матрица, строки которой соответствуют ветвям дерева, а столбцы – ветвям направленного графа, элементы которой равны:

- нулю, если сечение не пересекает данную ветвь;

- единице, если сечение пересекает ветвь и направление ветви совпадает с направлением нормали к сечению;

- минус единице, если сечение пересекает ветвь, а направление ветви встречно с нормалью к сечению, называют матрицей сечений.

Для графа схемы на рис. 6 имеем

$$[D]=\begin{array}{c} \\ S1 \\ S2 \\ S3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5' & 6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \tag{20}$$

Уравнения по первому закону Кирхгофа получим для сечений, перемножив матрицу сечений на вектор токов ветвей:

$$[D]\times\left[I^B\right]=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I'_5 \\ I_6 \end{bmatrix}= \tag{21}$$

$$=\begin{bmatrix} I_1 & +I_2 & -I_6 \\ -I_1 & +I_3 & +I'_5 \\ I_4 & +I'_5 & -I_6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}=[0].$$

Учитывая, что $I'_5 = I_5 + J_{K5}$, получим систему уравнений по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_6 = 0; \\ -I_1 + I_3 + I_5 + J_{K5} = 0; \\ I_4 + I_5 + J_{K5} - I_6 = 0. \end{cases} \qquad (22)$$

Сравните системы (22) и (5).

Методические указания к выполнению пункта 4 задания

Ток в любой ветви электрической цепи всегда можно представить составленным из нескольких токов, каждый из которых замыкается по своему контуру, оставаясь вдоль него неизменным. Такие составляющие действительных токов называют контурными. Ток в любой ветви, принадлежащей только одному контуру, совпадает с контурным. Ток в ветви, принадлежащей сразу двум или нескольким контурам, равен алгебраической сумме соответствующих контурных токов. Контурные токи, проходя через узел, остаются непрерывными, следовательно, первый закон Кирхгофа выполняется автоматически. Поэтому уравнения с контурными токами составляются только по второму закону Кирхгофа. Число таких независимых уравнений равно числу независимых контуров:

$$К_2 = В - (У - 1).$$

В заданной схеме $К_2 = 7 - 5 - 1 = 3$, т.е. необходимо оставить три уравнения для независимых контуров, например **admba, abca, acnda.**

Выберем произвольно направления контурных токов I_{11}, I_{22}, I_{33}, например, как на рис. 2. Система контурных уравнений в наиболее общем случае, т.е. когда в схеме имеются и источники ЭДС и источники тока, имеет следующий вид [I]:

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} + I_{K3}R_{1K} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} + I_{K3}R_{2K} = E_{22}; \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} + I_{K3}R_{3K} = E_{33}, \end{cases} \qquad (23)$$

где R_{11}, R_{22}, R_{33} – суммарное сопротивление соответственно первого, второго и третьего контуров; R_{13}, R_{31} – сопротивление, общее для первого и третьего контуров; R_{12}, R_{21} – сопротивление, общее для первого и второго контуров; R_{23}, R_{32} – сопротивление, общее для второго и третьего контуров; $R_{1к}$ – сопротивление первого контура, по которому протекает ток от источника тока; $R_{2к}$ - сопротивление второго контура, по которому протекает ток от источника тока; $R_{3к}$ - сопротивление третьего контура, по которому протекает ток от источника тока; E_{11}, E_{22}, E_{33} – сумма ЭДС соответственно первого, второго и третьего контуров.

Очевидно, что

$$R_{12} = R_{21}; R_{13} = R_{31}; R_{23} = R_{32}.$$

При составлении контурных уравнений следует руководствоваться следующим:

1) если ЭДС совпадает с направлением контурного тока, то она берётся со знаком «плюс», а если не совпадает – со знаком «минус»;
2) знак сопротивления, общего для двух контуров (а следовательно, и падения напряжения на этом сопротивлении), берётся отрицательным, если направления контурных токов противоположны; если они совпадают, то берётся положительный знак;
3) знак сопротивления какого-либо контура, по которому протекает ток от источника тока J_{K5}, берется положительным, если направление контурного тока совпадает с направлением тока J_{K5} от источника тока; если эти токи противоположны, то берется отрицательный знак.

Для схемы рис. 2 имеем

$$\begin{aligned}
&R_{11} = R_1 + R_3 + R_2 = 40 + 15 + 7 = 62 \text{ Ом};\\
&R_{12} = R_{21} = -R_3 = -7 \text{ Ом};\\
&R_{13} = R_{31} = -R_2 = -15 \text{ Ом};\\
&R_{22} = R_3 + R_4 + R_5 = 7 + 11 + 35 = 53 \text{ Ом};\\
&R_{23} = R_{32} = -R_4 = -11 \text{ Ом};\\
&R_{33} = R_2 + R_4 + R_6 = 15 + 11 + 10 = 36 \text{ Ом};\\
&E_{11} = E_1 = 36 \text{ В};\\
&E_{22} = E_5 = 9 \text{ В};\\
&E_{33} = -E_6 = -14 \text{ В}.
\end{aligned} \tag{24}$$

Так как условились, что J_{K5} проходит только по резистору R_5, то

$$R_{1K} = 0;\ R_{2K} = -R_5 = -35 \text{ Ом};\ R_{3K} = 0.$$

Подставив числа в систему (23), получим

$$\begin{cases}
62I_{11} - 7I_{22} - 15I_{33} = 36;\\
-7I_{11} + 53I_{22} - 11I_{33} = 9 + 0{,}5 \cdot 35 = 26{,}5;\\
-15I_{11} - 11I_{22} + 36I_{33} = -14.
\end{cases} \tag{25}$$

Решение этой системы может быть выполнено вручную или на ПК.

Для расчета на ПК электрических цепей постоянного тока методом контурных токов использованы контурные уравнения в матричной форме [2,4]:

$$[B]\cdot[R]\cdot[B]^T\cdot\left[I^K\right] = [B]\cdot[E] - [B]\cdot[R]\cdot[J], \tag{26}$$

где $[B]$ - матрица контуров;

$[R]$ - диагональная матрица сопротивлений ветвей;

$[B]^T$ - транспонированная матрица контуров;

$\left[I^K\right]$ - столбцовая матрица контурных токов;

$\left[E\right]$ - столбцовая матрица ЭДС ветвей;

$\left[J\right]$ - столбцовая матрица токов источников токов в ветвях.

Токи ветвей $\left[I\right]$ связаны с контурными токами следующим соотношением:

$$\left[I\right]=\left[B\right]^T\cdot\left[I^K\right]+\left[J\right]. \qquad (27)$$

При расчете на ПК всегда получаются токи на пассивных элементах ветви. Исходными данными при расчете на ПК электрических цепей постоянного тока методом контурных токов являются матрицы $\left[B\right]$, $\left[R\right]$, $\left[B\right]^T$, $\left[E\right]$, $\left[J\right]$. На ПК возлагаются арифметические действия над этими матрицами в соответствии с уравнением (26), решение системы уравнений (26) относительно контурных токов $\left[I^K\right]$ и определение токов ветвей по уравнениям (27). Перечисленные операции в определенной последовательности выполняет ПК.

Подготовим исходные данные для задачи.

Матрица контуров согласно (12) имеет вид

$$\left[B\right]=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix};\quad \left[B\right]^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix};$$

$$\left[R\right]=\begin{bmatrix}40 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 11 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 35 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10\end{bmatrix};\quad \left[E\right]=\begin{bmatrix}36\\ 0\\ 0\\ 0\\ 9\\ -14\end{bmatrix};\quad \left[E\right]=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0{,}5\\ 0\end{bmatrix};$$

Для выполнения расчетов с помощью ПК следует запустить программу toe.ktup и ввести в соответствующие поля исходные данные. Для перемещения курсора между полями можно использовать манипулятор «мышь» или клавишу Tab, возврат на предыдущее поле shift+Tab.

При этом необходимо указать в соответствующих полях шифр группы и свою фамилию.

Для разделения числовых данных в одной строке используйте пробел. Добавить новую строку можно клавишей Enter.

Запускает расчет кнопка «Посчитать» в нижней части окна программы.

Для расчета цепи методом контурных токов нужно курсором выбрать закладку «Метод контурных токов».

На рис. 7 показано содержание экрана монитора ПК после запуска программы toe.ktup для метода контурных токов.

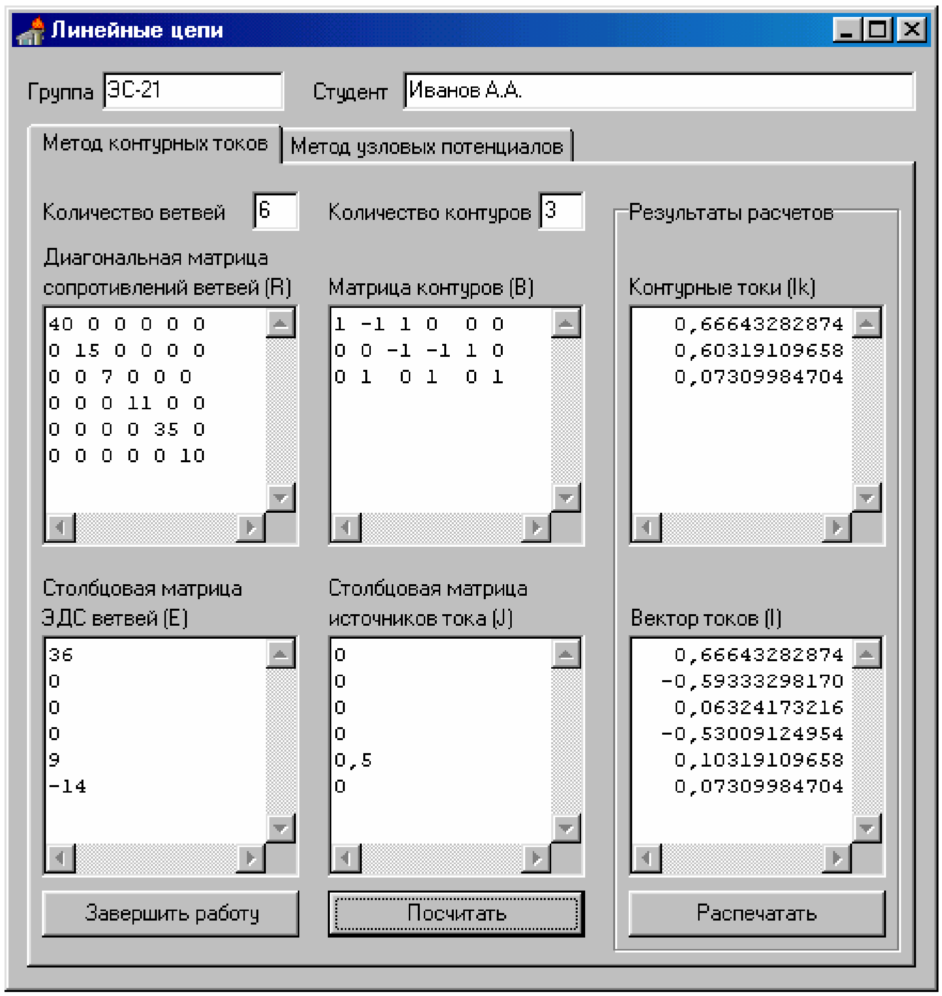


Рис. 7

С левой стороны четыре поля для введения исходных данных, с правой стороны – два поля для выведения результатов расчетов. Вверху находятся поля для введения шифра группы и фамилии студента.

После введения исходных данных запустить расчет кнопкой «Посчитать».

Результаты расчета показать преподавателю и переписать в свою тетрадь. Можно распечатать содержимое экрана, если подключен принтер.

На рис. 8 показано окно, появление которого символизирует об ошибке ввода исходных данных.

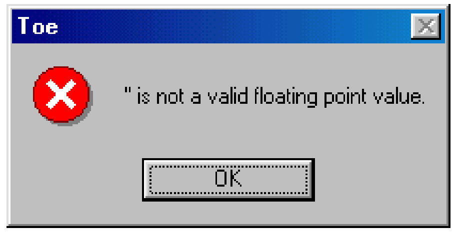


Рис. 8

Расчет тока I'_5 следует выполнить по схеме рис. 2:

$$I'_5 = I_{K2} = 0{,}603 \text{ А}.$$

Решение системы уравнений (25) также может быть выполнено с помощью микрокалькулятора. Для этого вычислим определители системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 62 & -7 & -15 \\ -7 & 53 & -11 \\ -15 & -11 & 36 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 62 & -7 & -15 & 62 & -7 \\ -7 & 53 & -11 & -7 & 53 \\ -15 & -11 & 36 & -15 & -11 \end{vmatrix} =$$

$$= 62 \cdot 53 \cdot 36 - 7 \cdot 11 \cdot 15 - 15 \cdot 7 \cdot 11 - 7 \cdot 7 \cdot 36 - 62 \cdot 11 \cdot 11 - 15 \cdot 53 \cdot 15 =$$
$$= 94795 \text{ Ом}^3;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 36 & -7 & -15 \\ 26{,}5 & 53 & -11 \\ -14 & -11 & 36 \end{vmatrix} = 63174{,}5 \text{ В·Ом}^2;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 62 & 36 & -15 \\ -7 & 26{,}5 & -11 \\ -15 & -14 & 36 \end{vmatrix} = 57179{,}5 \text{ В·Ом}^2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 62 & -7 & 36 \\ -7 & 53 & 26{,}5 \\ -15 & -11 & -14 \end{vmatrix} = 6929{,}5 \text{ В·Ом}^2.$$

Вычислим теперь контурные токи:

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{63174{,}5}{94795} = 0{,}6664328 \approx 0{,}666 \text{ А};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{57179{,}5}{94795} = 0{,}60319109 \approx 0{,}603 \text{ А};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{6929{,}5}{94795} = 0{,}0730998 \approx 0{,}073 \text{ А}.$$

Определим далее токи в ветвях по контурным токам. Ток в ветви, принадлежащей только одному контуру, равен контурному току и берётся со знаком «плюс», если он совпадает с направлением контурного тока; если не совпадает – то со знаком «минус».

Ток в ветви, принадлежащей двум или нескольким контурам, равен алгебраической сумме соответствующих контурных токов. Со знаком «плюс» берутся контурные токи, совпадающие с током этой ветви, со знаком «минус» – не совпадающие с ним.

Для схемы рис. 2 получим

$$I_1 = I_{11} = 0{,}666 \text{ А};$$
$$I_2 = I_{33} - I_{11} = 0{,}073 - 0{,}666 = -0{,}593 \text{ А};$$
$$\mathrm{I}_3 = I_{11} - I_{22} = 0{,}666 - 0{,}603 = 0{,}063 \text{ А};$$
$$I_4 = I_{33} - I_{22} = 0{,}073 - 0{,}603 = -0{,}53 \text{ А};$$
$$I_5' = I_{22} = 0{,}603 \text{ А};$$
$$I_5 = I_{22} - I_{K5} = 0{,}603 - 0{,}5 = 0{,}103 \text{ А};$$
$$I_6 = I_{33} = 0{,}073 \text{ А}.$$

Методические указания к выполнению пункта 5 задания

Можно также уменьшить число уравнений для расчёта токов в электрической цепи, если составлять только узловые уравнения для токов[1]. Выполнение второго закона Кирхгофа обеспечивается соответствующим выражением всех токов по закону Ома через разность потенциалов:

$$\varphi_e - \varphi_m = I_{em} R_{em} - E_{em}. \qquad (28)$$

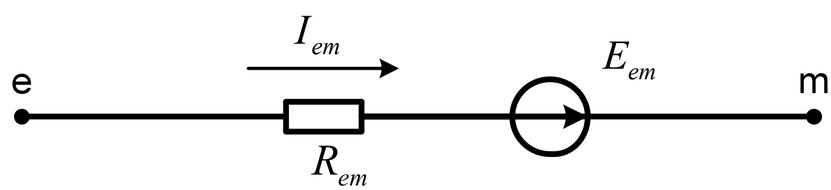


Рис. 9

Выражая из этого уравнения ток, можно быть уверенным в том, что второй закон Кирхгофа выполняется автоматически.

$$I_{em} = (\varphi_e - \varphi_m + E_{em}) \cdot g_{em}; \quad \mathrm{g_{em}} = \frac{1}{R_{em}}. \qquad (29)$$

В схеме рис. 2 число узлов $У = 5$.

Токораспределение в схеме не изменится, если один из узлов схемы заземлить, т.е. принять потенциал этого узла равным нулю.

$\varphi_d = 0$, значит, $\varphi_\mathrm{n} = E_5 = 9$В.

Теперь известны потенциалы двух узлов, поэтому достаточно составить три уравнения для узлов **a, b** и **c.**

Система узловых уравнений в наиболее общем случае, т.е. когда в схеме имеются и источники ЭДС и источники тока, имеет следующий вид (для схемы рис. 2):

$$\begin{cases} \varphi_a g_{aa} - \varphi_b g_{ab} - \varphi_c g_{ac} = 0; \\ -\varphi_a g_{ba} + \varphi_b g_{bb} - \varphi_c g_{bc} = -E_1 g_{bd} - E_6 g_{bc}; \\ -\varphi_a g_{ca} - \varphi_b g_{cb} + \varphi_c g_{cc} = E_6 g_{cb} + I_{K5} + E_5 g_{cd}., \end{cases} \qquad (30)$$

где g_{aa}, g_{bb}, g_{cc} – суммарная проводимость всех ветвей, сходящихся соответственно в узлах **a, b, c;**

g_{ab}, g_{ac}, g_{bc}, g_{bd} и др. – проводимости ветвей между соответствующими узлами.

Очевидно, что $g_{ab} = g_{ba}$, $g_{ac} = g_{ca}$, $g_{bc} = g_{cb}$, $g_{db} = g_{bd}$.

В правой части уравнений (30) стоит алгебраическая сумма произведений ЭДС на проводимость соответствующих ветвей, сходящихся в узле, а также алгебраическая сумма токов от источников токов, подходящих к этому узлу [1]. Произведение ЭДС Е на проводимость **g** берётся со знаком «плюс», если ЭДС Е направлена к узлу схемы; и со знаком «минус» – если ЭДС Е направлена от узла схемы. Ток от источника тока, притекающий к узлу, берётся со знаком «плюс», а ток, оттекающий от узла – со знаком «минус».

Для схемы рис. 2 имеем

$$g_{aa} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{15} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11} = 0{,}30043 \approx 0{,}3 \text{ См};$$

$$\mathrm{g_{ab}} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{15} = 0{,}0666666 \approx 0{,}0667 \text{ См};$$

$$\mathrm{g_{ac}} = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{11} = 0{,}090909 \approx 0{,}091 \text{ См};$$

$$\mathrm{g_{bb}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{40} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = 0{,}191666 \approx 0{,}1917 \text{ См};$$

$$g_{bc} = \frac{1}{R_6} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \text{ См};$$

$$\mathrm{g_{dc}} = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{35} = 0{,}02857143 \approx 0{,}0286 \text{ См};$$

$$\mathrm{g_{cc}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{11} + \frac{1}{35} + \frac{1}{10} = 0{,}2194805 \approx 0{,}2195 \text{ См}.$$

Полученные числа подставим в систему (30):

$$\begin{cases} 0{,}3\varphi_a - 0{,}0667\varphi_b - 0{,}091\varphi_c = 0; \\ -0{,}0667\varphi_a + 0{,}192\varphi_b - 0{,}1\varphi_c = -2{,}3; \\ -0{,}091\varphi_a - 0{,}1\varphi_b + 0{,}219\varphi_c = 2{,}157. \end{cases} \qquad (31)$$

Решение данной системы можно выполнить вручную, с помощью микрокалькулятора или на ПК.

Выполняя решение на микрокалькуляторе, вычислим определители системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,3 & -0,0667 & -0,091 \\ -0,0667 & 0,1917 & -0,1 \\ -0,091 & -0,1 & 0,2195 \end{vmatrix} = 5,8455067 \cdot 10^{-3} \ \ (\text{См}^3);$$

$$\Delta a = \begin{vmatrix} 0 & -0,0667 & -0,091 \\ -2,3 & 0,1917 & -0,1 \\ 2,157 & -0,1 & 0,2195 \end{vmatrix} = -2,588088 \cdot 10^{-3} \ \ (\text{А·См}^2);$$

$$\Delta в = \begin{vmatrix} 0,3 & 0 & -0,091 \\ -0,0667 & -2,3 & -0,1 \\ -0,091 & 2,157 & 0,2195 \end{vmatrix} = -5,460636 \cdot 10^{-2} \ \ (\text{А·См}^2);$$

$$\Delta c = \begin{vmatrix} 0,3 & -0,0667 & 0 \\ -0,0667 & 0,1917 & -2,3 \\ -0,091 & -0,1 & 2,157 \end{vmatrix} = 3,149251 \cdot 10^{-2} \ \ (\text{А·См}^2).$$

Вычислим потенциалы узлов:

$$\varphi_a = \frac{\Delta a}{\Delta} = -0,44274827 \approx -0,443 \ \text{В};$$

$$\varphi_в = \frac{\Delta в}{\Delta} = -9,3415956 \approx -9,342 \ \text{В};$$

$$\varphi_c = \frac{\Delta c}{\Delta} = 5,387473 \approx 5,387 \ \text{В}.$$

Определим токи в ветвях по закону Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_в - \varphi_d + E_1}{R_1} = \frac{-9,342 + 36}{40} = 0,66645 \approx 0,666 \ \text{А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_в - \varphi_a}{R_2} = \frac{-9,342 + 0,443}{15} = -0,59326666 \approx -0,593 \ \text{А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_d - \varphi_a}{R_3} = \frac{0,443}{7} = 0,06328574 \approx 0,063 \ \text{А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_4} = \frac{-0,443 - 5,387}{11} = -0,53 \ \text{А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_n - \varphi_c}{R_5} = \frac{9 - 5,387}{35} = 0,10322857 \approx 0,103 \ \text{А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_c - \varphi_b - E_6}{R_6} = \frac{5{,}387 + 9{,}342 - 14}{10} = 0{,}0729 \approx 0{,}073 \text{ А};$$

$$I_5' = I_5 + J_{K5} = 0{,}103 + 0{,}5 = 0{,}603 \text{ А}.$$

Для расчета на ПК электрических цепей постоянного тока методом узловых потенциалов использованы узловые уравнения в матричной форме:

$$[A]\cdot[G]\cdot[A]^T\cdot[F] = [J] - [A]\cdot[G]\cdot[E], \tag{32}$$

где $[A]$ - матрица соединений;

$[G]$ - диагональная матрица проводимостей ветвей;

$[A]^T$ - транспонированная узловая матрица;

$[F]$ - столбцовая матрица потенциалов узлов;

$[J]$ - столбцовая матрица токов источников тока в узлах схемы;

$[E]$ - столбцовая матрица ЭДС источников напряжения в ветвях схемы.

Токи ветвей $[I]$ связаны с потенциалами узлов обобщенным законом Ома

$$[I] = [G]\cdot[A]^T\cdot[F] + [G]\cdot[E]. \tag{33}$$

Исходными данными при расчете на ПК электрических цепей постоянного тока методом узловых потенциалов являются матрицы $[A]$, $[G]$, $[A]^T$, $[J]$ и $[E]$. ПК выполняет арифметические действия с этими матрицами в соответствии с уравнениями (32) , решает систему уравнений (32) относительно потенциалов узлов $[F]$ и определяет токи ветвей по выражению (33).

Эти операции в указанной последовательности выполняет ПК. Подпрограмма формирует матрицу $[A]^T$ по матрице $[A]$ и матрицу $[G]$ - по столбцовой матрице сопротивлений ветвей $[R]$, в связи с чем нет необходимости ввода в ПК матриц $[A]^T$ и $[G]$. Вместо матрицы $[G]$ необходимо вводить столбцовую матрицу сопротивлений $[R]$.

Запишем данные для решения нашей задачи по схеме рис. 2. В ней три независимых узла и шесть ветвей. Ветвь 5\` - это обобщенная ветвь с током I_5'.

Матрица соединений равна

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Столбцовая матрица сопротивлений:

$$[R]=\begin{bmatrix}40\\15\\7\\11\\35\\10\end{bmatrix}$$

Столбцовая матрица токов источников тока в узлах схемы представляет собой матрицу-вектор, каждый элемент которой равен алгебраической сумме токов источников тока, подсоединенных к данному узлу.

$$[J]=\begin{bmatrix}0\\0\\0{,}5\end{bmatrix}$$

Столбцовая матрица ЭДС источников напряжения в ветвях схемы:

$$[E]=\begin{bmatrix}36\\0\\0\\0\\9\\-14\end{bmatrix}$$

Для перехода к расчету методом узловых потенциалов нужно курсором выбрать закладку «Метод узловых потенциалов», ввести новые исходные данные и запустить расчет.

На рис. 10 показано содержание экрана монитора ПК после запуска программы toe.ktup для метода узловых потенциалов. Поле ввода исходных данных и вывода результатов расчета располагается аналогично предыдущему.

Для выхода из программы можно использовать кнопку «Завершить работу» в нижней части окна программы.

Приведем результаты расчета, списанные с экрана монитора ПК:

Контурные токи	Потенциалы узлов
I_{11} = 0,66643282874А	φ_a = - 0,44269212510В
I_{22} = 0,60319109658А	φ_b = - 9,34268685053В
I_{33} = 0,07309984704А	φ_d = 5,38831161983В

Токи в ветвях

I_1 = 0,66643282874А	I_4 = - 0,53009124954А
I_2 = - 0,59333298170А	I_5 = 0,10319109658А
I_3 = 0,06324173216А	I_6 = 0,07309984704А

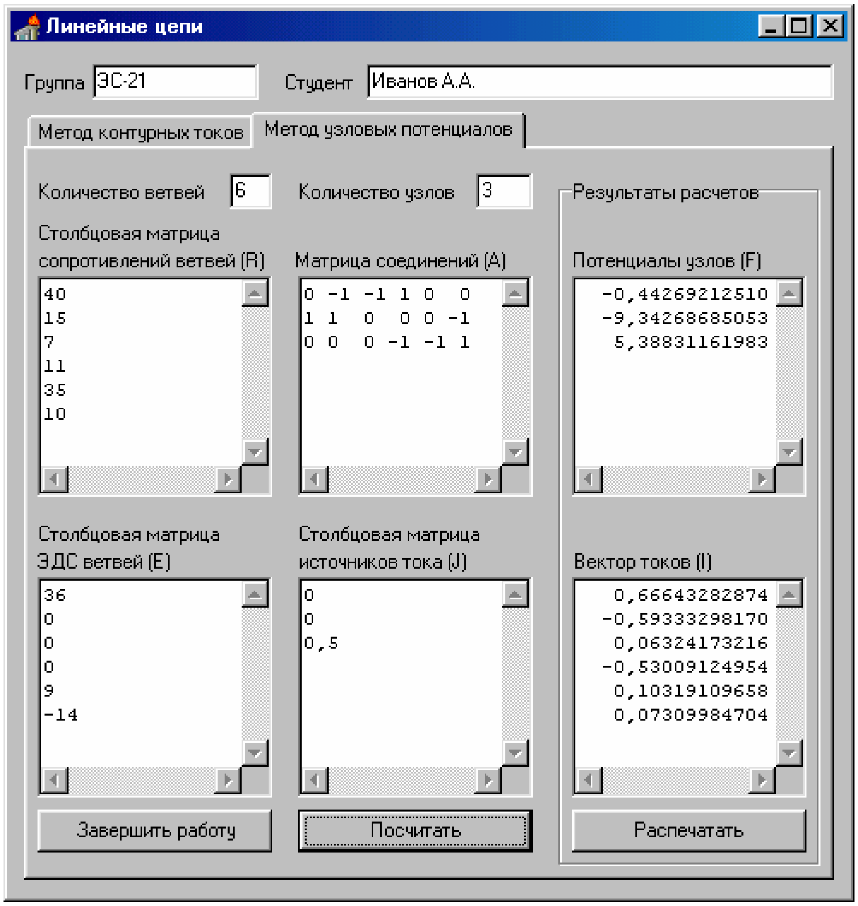


Рис. 10

Ток I'_5 определяется из расчета

$$I'_5 = I_5 + I_{K5} = 0{,}10319109658 + 0{,}5 = 0{,}60319109658\text{A}.$$

Методические указания к выполнению пункта 6 задания

Для любой замкнутой электрической цепи сумма мощностей, развиваемых источниками электрической энергии, равна сумме мощностей, расходуемых в приемниках энергии:

$$\sum P_{ист} = \sum P_{потр}; \ \sum EI + \sum U_{ab} J_K = \sum I^2 R, \qquad (34)$$

где $\sum EI$ - алгебраическая сумма мощностей источников ЭДС; здесь положительны те из слагаемых, для которых направление действия ЭДС Е и соответствующих токов I совпадают, в противном случае слагаемые отрицательны;

$\sum U_{ab} J_K$ - алгебраическая сумма мощностей источников тока; здесь положительны те из слагаемых, для которых направления действия тока Jk от источника тока и тока ветви совпадают, в противном случае слагаемые отрицательны;

$\sum I^2 R$ - арифметическая сумма мощностей приемников; здесь должны быть учтены как внешние сопротивления, так и сопротивления самих источников энергии;

U_{ab} - падение напряжения на сопротивлении, которое проще всего определить через потенциалы узлов а и в:

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b. \qquad (35)$$

Определим сначала разность потенциалов на резисторе R_5.

$$\varphi_d = 0; \qquad \varphi_n = \varphi_d + E_5 = 9 \text{ В}; \qquad \varphi_c = 5{,}387 \text{ В}.$$

Для тока Jk5 положительным будет напряжение

$$U_{cn} = \varphi_c - \varphi_n = 5{,}387 - 9 = -3{,}613 \text{ В}.$$

Определим сумму мощностей, развиваемых источниками:

$$P_{ист} = E_1 I_1 + E_5 I'_5 + E_6(-I_6) + J_{K5} U_{cn} =$$
$$= 36 \cdot 0{,}666 + 9 \cdot 0{,}603 + 14 \cdot (-0{,}073) + 0{,}5(-3{,}613) = 26{,}574 \text{ В}.$$

Сумма мощностей , расходуемых приемниками энергии:

$$P_{потр} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 =$$
$$= 0{,}666^2 \cdot 40 + 0{,}593^2 \cdot 15 + 0{,}063^2 \cdot 7 + 0{,}53^2 \cdot 11 +$$
$$+ 0{,}103^2 \cdot 35 + 0{,}073^2 \cdot 10 = 26{,}569 \text{ Вт}.$$

Баланс мощностей соблюдается.

Методические указания к выполнению пункта 8 задания

В том случае, когда необходимо определить ток в какой-либо ветви без определения токов в остальных ветвях, применяется метод активного двухполюсника и эквивалентного генератора.

Ветвь, в которой необходимо определить ток, выделяется, а вся остальная схема заменяется активным двухполюсником. Так, схема рис. 2 преобразуется следующим образом (рис.12).

Активный двухполюсник может быть заменен эквивалентным генератором напряжения с ЭДС, равной напряжению холостого хода Uxxnc на зажимах разомкнутой выделенной ветви nc и внутренним сопротивлением Rэ=Rвх, равным входному сопротивлению пассивного двухполюсника относительно зажимов n и c.

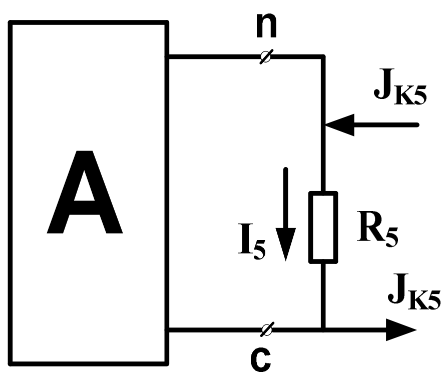


Рис .11

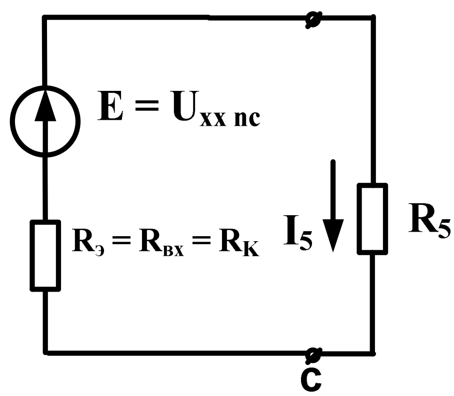


Рис. 12

Тогда ток I_5 выделенной ветви определяется по формуле

$$I_5 = \frac{U_{xxnc}}{R_{вх} + R_5}. \qquad (36)$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора может быть вычислено двумя способами:

1) непосредственно по схеме, для чего активный двухполюсник преобразуется в пассивный. Идеальные источники ЭДС, имеющиеся в активном двухполюснике, закорачиваются, а ветви с источниками тока размыкаются; вместо реальных источников в пассивной схеме должны оставаться их внутренние сопротивления;

2) по формуле

$$R_э = R_{вх} = R_K = \frac{U_{xxnc}}{I_K}, \qquad (37)$$

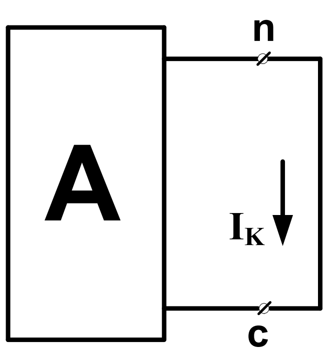


Рис. 13

где I_k – ток короткого замыкания выделенной ветви nc (рис. 13), который может быть вычислен при закорачивании зажимов n и c, если схема активного двухполюсника известна, либо определен опытным путем. Напряжение холостого хода также может быть определено любым методом расчета линейных электрических цепей или найдено опытным путем.

Разомкнем ветвь nc в заданной схеме. Получим новую схему (рис. 14), в которой четыре узла: **a , b , c , d** и 5 ветвей: **ab , bd , ac , ad ,** bc.

По первому закону Кирхгофа можно составить K_1=У-1=3 уравнения, по второму закону Кирхгофа K_2 = В-(У-1)=5-3=2 уравнения.

Если эту схему рассчитывать методом узловых потенциалов, то придется составить систему из трех узловых уравнений.

Если же схему рассчитывать методом контурных токов, то надо будет составить систему из двух контурных уравнений.

Очевидно, что в данном случае использование метода контурных токов дает некоторую экономию времени расчета.

Исходя из этих соображений определим напряжение холостого хода U_{xxnc} на зажимах разомкнутой ветви **nc** методом токов.

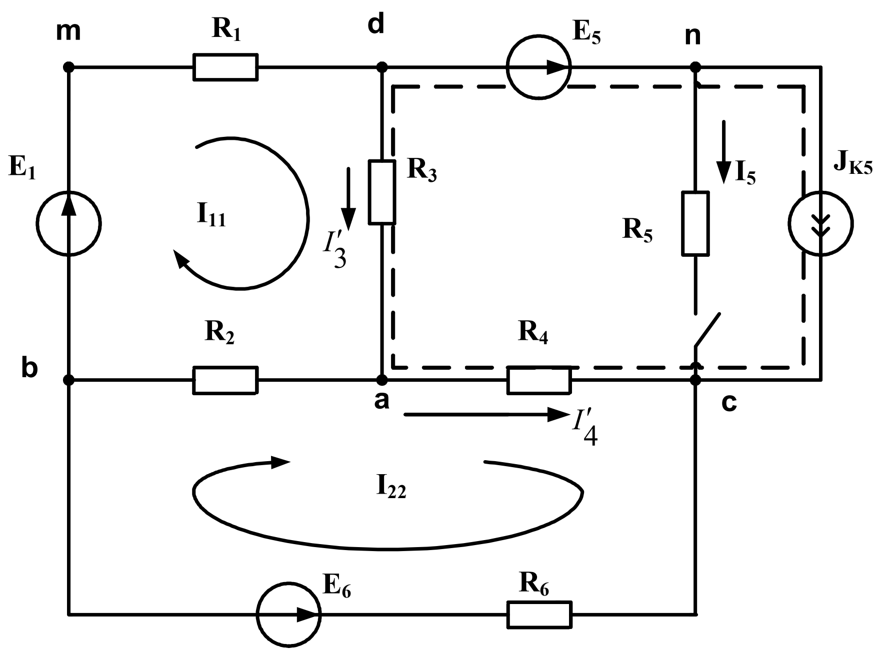


Рис. 14

В схеме на рис. 14 зададимся произвольно направлением токов в ветвях и выберем два независимых контура **abda** и **abca**.

Контурные токи I_{11} и I_{22} направим по часовой стрелке в соответствующих контурах **abda** и **abca**.

Запишем систему контурных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{k5}R_{1k} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{k5}R_{2k} = E_{22} \end{aligned}\right\}. \qquad (38)$$

$R_{11} = R_1 + R_3 + R_2 = 40 + 7 + 15 = 62$ Ом;

$\mathrm{R}_{12} = R_{21} = -R_2 = -15$ Ом;

$\mathrm{R}_{22} = R_2 + R_4 + R_6 = 15 + 11 + 10 = 36$ Ом;

$\mathrm{E}_{11} = E_1 = 36$ В; $\quad \mathrm{E}_{22} = -E_6 = -14$ В.

Условимся, что ток источника тока J_{k5} замыкается по контуру **ncadn**, т.е. протекает по резисторам R_4 и R_3, тогда

$$R_{1k} = -R_3 = -7 \text{ Ом};$$

$$R_{2k} = -R_4 = -11 \text{ Ом}.$$

Подставим эти числа в уравнения (38), получим

$$\begin{cases} 62\,I_{11} - 15\,I_{22} - 0{,}5 \cdot 7 = 36; \\ -15\,I_{11} + 36\,I_{22} - 0{,}5 \cdot 11 = -14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 62\,I_{11} - 15\,I_{22} = 39{,}5; \\ -15\,I_{11} + 36\,I_{22} = -8{,}5. \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$I_{11} = 0{,}64499252 \approx 0{,}645\,A; \quad I_{22} = 0{,}03263577 \approx 0{,}0326\,A.$$

Для определения напряжения U_{xxnc} необходимо вычислить токи I_4' и I_3', обозначенные на рис. 4. Используя вычисленные контурные токи, можно записать

$$I_3' = I_{11} - J_{K5} = 0{,}645 - 0{,}5 = 0{,}145\,A;$$

$$I_4' = I_{22} - J_{K5} = 0{,}0326 - 0{,}5 = -0{,}4674\,A.$$

Напряжение U_{xxnc} вычислим по пути **cadn** . Пусть φ_c=0, тогда

$$\varphi_a = \varphi_c + I_4' R_4;$$

$$\varphi_d = \varphi_a + I_3' R_3 = \varphi_c + I_4' R_4 + I_3' R_3;$$

$$\varphi_n = \varphi_d + E_5 = \varphi_c + I_4' R_4 + I_3' R_3 + E_5;$$

$$U_{xxnc} = \varphi_n - \varphi_c = I_4' R_4 + I_3' R_3 + E_5 = -0{,}4674 \cdot 11 + 0{,}145 \cdot 7 + 9 = 4{,}8736 \text{ В}.$$

Найдем теперь входное сопротивление пассивного двухполюсника относительно зажимов **n** и **c**. Преобразуем схему (рис. 14) в пассивный двухполюсник (рис. 15), для чего закоротим источники ЭДС E_1, E_5, E_6 и разомкнем ветвь с источником тока J_{k5}. По определению сопротивление источника тока равно бесконечности, что эквивалентно размыканию ветви с источником тока. Поэтому эта ветвь не будет участвовать в преобразованиях схемы.

В схеме рис. 15 преобразуем треугольник резисторов R_2, R_4, R_6 в эквивалентную звезду резисторов R_{24}, R_{46}, R_{26}. После преобразований схема примет вид, представленный на рис. 16.

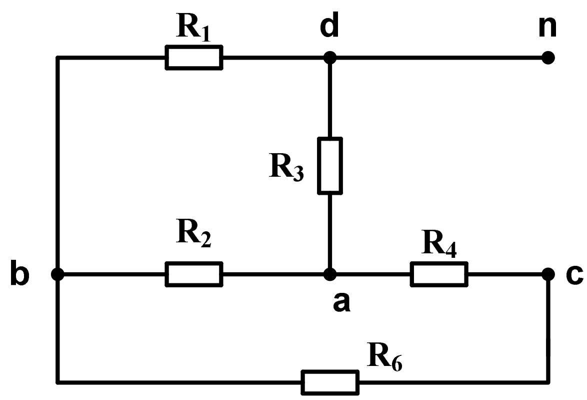


Рис. 15

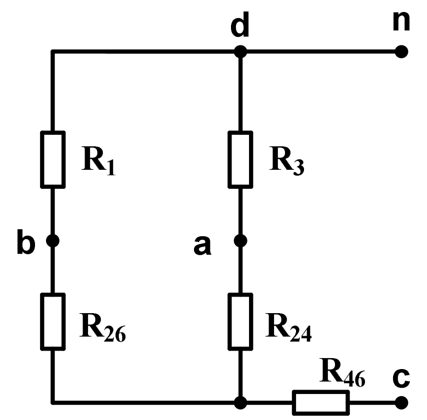


Рис. 16

Вычислим сопротивления резисторов звезды:

$$R_{24} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{15 \cdot 11}{36} = 4{,}583 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{11 \cdot 10}{36} = 3{,}056 \text{ Ом};$$

$$R_{26} = \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{15 \cdot 10}{36} = 4{,}167 \text{ Ом}.$$

По схеме рис. 16 определим входное сопротивление двухполюсника

$$R_{BX} = R_{nc} = R_{46} + \frac{(R_1 + R_{26})(R_3 + R_{24})}{R_1 + R_{26} + R_3 + R_{24}} = 3{,}056 + \frac{(40 + 4{,}167)(7 + 4{,}583)}{40 + 4{,}167 + 7 + 4{,}583} =$$

$$= 12{,}232436 \approx 12{,}232 \text{ Ом}.$$

Вычислим теперь ток I_5 по формуле (36):

$$I_5 \frac{U_{xxnc}}{R_{вх} + R_5} = \frac{4{,}8736}{12{,}232 + 35} = 0{,}10318428 \approx 0{,}103 \quad \text{А}.$$

Величина рассчитанного тока I_5 точно совпадает с ранее вычисленным током I_5 по методам контурных токов и узловых потенциалов.

Методические указания по выполнению пункта 9 задания

Потенциальная диаграмма строится для правильного понимания того, как изменяется потенциал вдоль выбранного контура электрической цепи. На оси ординат откладываются значения потенциалов, а на оси абсцисс точки выбранного контура, причем расстояние между точками целесообразно брать пропорциональным сопротивлению ветви, соединяющей соседние точки.

Построим потенциальную диаграмму контура **abmdnca** по схеме рис. 2, содержащего две ЭДС:

$\varphi_d = 0$; $\varphi_n = \varphi_d + E_5 = 9$ В.

Используя данные, полученные в пункте 5 задания, запишем

$\varphi_c = 5{,}387$ В;

$\varphi_a = -0{,}443$ В;

$\varphi_m = \varphi_b + E_1 = -9{,}342 + 36 = 26{,}658$ В.

Потенциальная диаграмма для указанного контура показана на рис. 17. На этом расчет заканчивается.

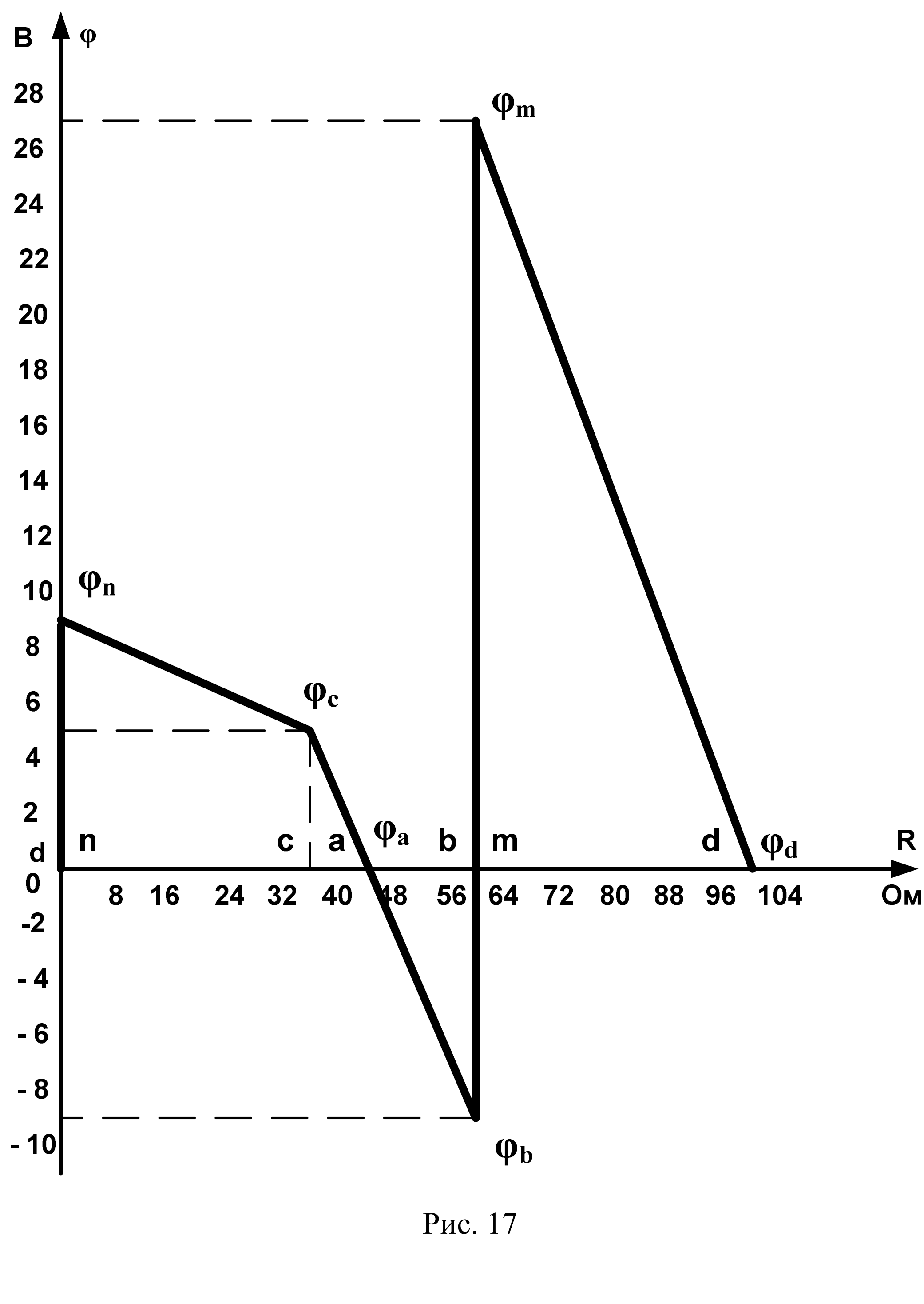


Рис. 17

Библиографический список

1. Поливанов, К. М. Теоретические основы электротехники : Линейные цепи с сосредоточенными параметрами [Текст]: учеб. для вузов. Т.1/К.М. Поливанов. – М.: Энергия, 1972. - 359 с.
2. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи [Текст]: учеб. для вузов /Л.А. Бессонов. – М.: Гардарики, 2001. - 317 с.
3. Зевеке, Г.В. Основы теории цепей [Текст]: учеб. для вузов / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил [и др.]. – М.:Энергоатомиздат, 1989. – 444с.
4. Демирчян, К.С. Теоретические основы электротехники [Текст]: учеб. в 3 т. Т.1/К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин [и др.] . – СПб.: Питер, 2004. – 463 с.